

به نام خدا

تمرین سری سوم مکانیک کوانتوم ۲

مهلت تحویل: شنبه ۱۹ فروردین - ساعت ۱۳:۳۰ تا ۱۵ - کلاس ف ۲

سوال اول

ذره ای با اسپین $1/2$ در اوربیتال d قرار دارد.

الف) حالت های ممکن اندازه حرکت زاویه ای کل کدام اند؟

ب) اگر هامیلتونی آن با $H = a + b\vec{L} \cdot \vec{S} + cL^2$ داده شود که در آن a, b, c اعداد ثابتی هستند، مقادیر انرژی را برای هر یک از حالات مختلف اندازه حرکت زاویه ای کل پیدا کنید. (بر حسب a, b, c)

سوال دوم

سیستمی با چهار ذره ی متفاوت با اسپین $1/2$ در نظر بگیرید. اسپین های احتمالی کل سیستم S را به دست بیاورید. و ویژه بردارهای تکانه زاویه ای مربوط به هر یک از مقدارهای S بنویسید.

سوال سوم

الف) سیستمی سه ذره ای که اسپین هر کدام $1/2$ باشد را در نظر بگیرید. اسپین کل سیستم و ضرایب کلبش گوردون مربوطه را به دست بیاورید.

ب) تراز های انرژی و تبهگنی این سیستم را که تحت هامیلتونی زیر تحول می یابد به دست بیاورید.

$$H = -\frac{\varepsilon_0}{\hbar^2} (S_1 \cdot S_3 + S_2 \cdot S_3)$$

سوال چهارم

هامیلتونی وابسته به اسپین یک سیستم الکترون - پوزیترون را در حضور یک میدان مغناطیسی یکنواخت در جهت z می توان به صورت زیر نوشت.

$$H = \lambda \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 + \frac{eB}{mc} (S_{1z} - S_{2z})$$

که در آن λ عددی حقیقی و $\vec{S}_1$ و $\vec{S}_2$ عملگر های اسپین به ترتیب برای الکترون و پوزیترون هستند.

الف) ویژه مقدارهای انرژی و ویژه بردار های متناظر را بیابید.

ب) قسمت الف را برای حالتی که $\lambda=0$ و B غیر صفر باشد تکرار کنید.

ج) همین کار را برای حالتی که $B=0$ و λ غیر صفر باشد تکرار کنید.

سوال پنجم

ضرایب کلبش گوردون مربوط به جمع دو تکانه زاویه ای $j_1 = 1$ و $j_2 = 2$ را به دست آورید.

سوال ششم

یک الکترون با تکانه زاویه ای مداری l را در نظر بگیرید.

اگر تکانه زاویه ای کل و مولفه ی در راستای z آن برای الکترون، به ترتیب $l + 1/2$ و m باشند. آن گاه نشان دهید احتمال اینکه اسپین الکترون در حالت $m_s = 1/2$ باشد برابر با مقدار زیر است.

$$\frac{l + m + \frac{1}{2}}{2l + 1}$$

سوال هفتم

دو ذره ی اسپین $1/2$ را در حالتی با اسپین کل صفر در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید به ازای هر جهت دلخواه $\hat{n}$ ، حالت سیستم را می توان به فرم زیر نوشت :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|n+, n- \rangle - |n-, n+ \rangle)$$

ب) نشان دهید:

$$\langle \psi | \vec{\sigma}_n \otimes \vec{\sigma}_{n'} | \psi \rangle = - \hat{n} \cdot \hat{n}'$$