

به نام خدا

تمرین سری چهارم مکانیک کوانتوم ۲

زمان تحویل تمرین: شنبه ۲ اردیبهشت - ساعت ۱:۳۰ تا ۳ - کلاس ف ۲

سوال اول

شرط ویژه مقداری برای یک چاه پتانسیل مربعی به پهنای a و عمق V_0 را برای $l = 1$ در نظر بگیرید. رابطه ای که از آن بتوانید مقدار V_0 را برای انرژی بستگی صفر معین کنید، بدست آورید.

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & ; \quad r < a \\ 0 & ; \quad r > a \end{cases}$$

سوال دوم

مقدار $\Delta r \Delta p_r$ را برای حالت زیر محاسبه کنید و درستی اصل عدم قطعیت را بررسی نمایید.

$$\psi_{2,1,0}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{1}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{r}{2a_0} e^{-r/2a_0} Y_{1,0}(\theta, \varphi)$$

سوال سوم

تابع موج ذره ای به جرم m ، $l = 0$ که تحت تاثیر پتانسیل مرکزی زیر می باشد را به دست آورید.

$$V(r) = \begin{cases} 0 & a < r < b \\ \infty & \text{elsewhere} \end{cases}$$

سوال چهارم

برای هر یک از شرایط زیر مقدار r که به ازای آن چگالی احتمال شعاعی اتم هیدروژن به بیشینه اش می رسد را به دست آورید.

i) $n = 1, l = 0, m = 0$

ii) $n = 2, l = 1, m = 0$

iii) $l = n - 1, m = 0$

سوال پنجم

یک پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بعدی نا همسانگرد را در نظر بگیرید.

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2} m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$$

الف) تراز های انرژی را بر حسب داده های مساله و ثابت پلانک محاسبه کنید.

ب) جابه جا گر هامیلتونی با مولفه z تکانه زاویه ای حساب کنید. آیا توابع موج ویژه توابع L^2 هستند؟

ج) سه تراز انرژی پایین ترین را برای حالت $\omega_x = \omega_y = \frac{2\omega_z}{3}$ بیابید و تبهگنی هر تراز را مشخص کنید.

سوال ششم

الکترونی در اتم هیدروژن در ویژه حالت انرژی زیر است:

$$\psi_{2,1,-1}(r, \theta, \phi) = N r e^{-\frac{r}{2a}} Y_{1,-1}(\theta, \phi)$$

الف) ثابت بهنجارش N را بیابید.

ب) احتمال در واحد حجم یافتن الکترون در $r = a_0, \theta = 45, \phi = 60$ چیست؟

ج) احتمال در واحد بازه dr یافتن الکترون در $r = 2a_0$ چیست؟

د) اگر اندازه گیری L^2, L_z انجام شود، نتایج چه خواهند بود؟

سوال هفتم

تابع موج اتم هیدروژن، در $t=0$ به صورت زیر است

$$\psi(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{10}} (2\psi_{1,0,0} + \psi_{2,1,0} + \sqrt{2}\psi_{2,1,1} + \sqrt{3}\psi_{2,1,-1})$$

الف) مقدار چشم داشتی انرژی را برای این حالت به دست آورید.

ب) احتمال اینکه سیستم را در $l = 1, m = +1$ بیابیم را به صورت تابعی از زمان به دست آورید.

پ) پس از اندازه گیری تکانه y زاویه y کل و تکانه y زاویه y در راستای x بر این حالت به ترتیب نتایج $\sqrt{2}\hbar$ و $+\hbar$ حاصل شده است. تابع موج سیستم را پس از اندازه گیری به دست آورید.