

امام حسین علیہ السلام

مسئله اول :

$$\psi_{n,z} = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right)$$

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2 \quad n=1, 2, \dots$$

← زمره، قاعه سرخس (مردم)

← $n_x = n_y = n_z = 1$ $\therefore$ 1st order

$$E_{111} = E_{112} = E_{113} = 2 \left(\frac{x^2 k^2 r}{r_m l r} \right)$$

قدہ وکٹیں : ۲

$$E_0 = E_{\psi}^{(0)} + \langle \psi_0 | H_p | \psi_0 \rangle = E_{III} + \langle \psi_{III} | H_p | \psi_{III} \rangle$$

$$\sin\left(\frac{\pi z}{1}\right)$$

$$\langle \psi_{III} | H_p | \psi_{III} \rangle = \left(\frac{1}{L^3} \right) V_0 L^3 \int_0^L \int_0^L \int_0^L \delta(x - \frac{L}{r}) \delta(y - \frac{rL}{r}) \delta(z - \frac{L}{r}) \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{L}\right) \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) dx dy dz$$

$$E_0 = 3 \frac{\pi^2 \hbar^2}{m L^2} + V_0$$

ج. انرژی اولی سطح برآوردی:

درجه اولی: ۳ مترس ψ_1, ψ_2, ψ_3 و H_p را در نظر بگیریم. $\left\{ \psi_{11}, \psi_{12}, \psi_{13} \right\}$ $\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$

$$\langle 1 | H_p | 1 \rangle = \langle 2 | H_p | 2 \rangle = \langle 3 | H_p | 3 \rangle = 2V_0$$

$$\downarrow$$

$$1V_0 \sin^2\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{F}\right) = 2V_0$$

$$\downarrow$$

$$1V_0 \sin^2\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{F}\right) = 2V_0$$

$$1V_0 \sin^2\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{F}\right) = 2V_0$$

$$\langle 1 | H_p | 2 \rangle = \langle 2 | H_p | 1 \rangle = 1V_0 \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) = -2V_0$$

$$\langle 1 | H_p | 3 \rangle = \langle 3 | H_p | 1 \rangle = 1V_0 \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) = 2V_0$$

$$\langle 2 | H_p | 3 \rangle = \langle 3 | H_p | 2 \rangle = 1V_0 \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) \sin\left(\frac{\pi}{F}\right) = -2V_0$$

$$\langle n | H_p | m \rangle = 2V_0 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det \begin{pmatrix} 1-\lambda & -1 & 1 \\ -1 & 1-\lambda & -1 \\ 1 & -1 & 1-\lambda \end{pmatrix} = 0 \rightarrow (1-\lambda) [(1-\lambda)^2 - 1] + 1(-1(1-\lambda) + 1) + 1(1 - (1-\lambda)^2) = 0$$

$$\rightarrow (1-\lambda) \left(\frac{(1-\lambda)^2 - 1}{\lambda^2 - 2\lambda} \right) + 2(1 - (1-\lambda)^2) = 0$$

$$(1-\lambda)\lambda(\lambda-1) + 2\lambda = \lambda[-\lambda^2 + 3\lambda - 1 + 2] = \lambda(-\lambda + 2) = 0$$

$$\rightarrow \lambda = 0, 0, 1 \rightarrow E_1 = 3(2V_0), 0, 0$$

$$E_1 = 2 \left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{m L^2} \right) + \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 2V_0 \end{cases}$$

درجه اولی: ۳ مترس ψ_1, ψ_2, ψ_3 و H_p را در نظر بگیریم.

$$H_0 = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 R^2$$

در این حالت

سوال ۲:

$$\nabla = \lambda \vec{\sigma} \cdot \vec{r}$$

$$H_{\text{space}} \otimes H_{\text{spin}}$$

$$H_0 \text{ حالت: } \begin{cases} |n_x, n_y, n_z; \pm\rangle \\ E_{n_x n_y n_z} = \hbar \omega (n_x + n_y + n_z + \frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$E_{000}^{(0)} = \frac{1}{2} \hbar \omega$$

$$\begin{cases} n_x = n_y = n_z = 0 \\ |0, 0, 0; \pm\rangle \end{cases}$$

در این حالت S_z برابر با $\pm \hbar/2$ است

ماتریس $\lambda \vec{\sigma} \cdot \vec{r}$ در حالت $|0, 0, 0; \pm\rangle$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\langle 000, S_z' | \vec{\sigma} \cdot \vec{r} | 000, S_z \rangle = \langle 000 | x | 000 \rangle \langle S_z' | \sigma_x | S_z \rangle + \langle 000 | y | 000 \rangle \langle S_z' | \sigma_y | S_z \rangle + \langle 000 | z | 000 \rangle \langle S_z' | \sigma_z | S_z \rangle = 0$$

توضیح: متغیرهای x, y, z در حالت $|0, 0, 0\rangle$ صفر هستند. این است که در این حالت هیچ تغییری در S_z رخ نمی‌دهد.

$$r_{\lambda}^{(+)} = \sum_{m \neq |0, 0, 0; \pm\rangle} \frac{|\langle 000, \pm | \lambda \vec{\sigma} \cdot \vec{r} | m \rangle|^2}{E_{000}^{(+)} - E_m^{(+)}}$$

$$r_{\lambda}^{(-)} = \sum_{m \neq |0, 0, 0; \pm\rangle} \frac{|\langle 000, - | \lambda \vec{\sigma} \cdot \vec{r} | m \rangle|^2}{E_{000}^{(-)} - E_m^{(-)}}$$

$$\lambda \langle 000, \pm | (x \sigma_x + y \sigma_y + z \sigma_z) | n_x n_y n_z; S_z \rangle$$

$$= \lambda \langle 0 | x | n_x \rangle \langle 0 | n_y \rangle \langle 0 | n_z \rangle \langle \pm | \sigma_x | S_z \rangle + \lambda \langle 0 | n_x \rangle \langle 0 | y | n_y \rangle \langle 0 | n_z \rangle \langle \pm | \sigma_y | S_z \rangle + \lambda \langle 0 | n_x \rangle \langle 0 | n_y \rangle \langle 0 | z | n_z \rangle \langle \pm | \sigma_z | S_z \rangle$$

(n_x, n_y, n_z) ته سه آيس کانس که منجهه عبارت غير مرتبلا می شود.
 $(n_x=0, n_y=1, n_z=0)$
 $(n_x=0, n_y=0, n_z=1)$

$$\langle 0 | X | n_z=1 \rangle = \langle 0 | \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} (a^\dagger + a) | n_z=1 \rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \langle 0 | a | 1 \rangle$$

$$\langle \pm 1 | \sigma_x | S_z \rangle \rightarrow \langle \pm 1 | \sigma_x | \mp \rangle = 1$$

$$\langle \pm 1 | \sigma_y | S_z \rangle \rightarrow \langle \pm 1 | \sigma_y | \mp \rangle = \mp i$$

$$\langle \pm 1 | \sigma_z | \pm \rangle = \pm 1$$

$$\begin{aligned} \langle 000, \pm | V | 1, 0, 0, S_z \rangle &= \lambda \langle 0 | X | 1 \rangle \langle \pm 1 | \sigma_x | S_z \rangle \\ &= \lambda \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \langle \pm 1 | \sigma_x | S_z \rangle \end{aligned}$$

$$\rightarrow \boxed{\langle 000, \pm | V | 1, 0, 0, \mp \rangle = \lambda \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}}$$

$$\langle 000, \pm | V | 0, 1, 0, S_z \rangle = \lambda \langle 0 | X | n_y \rangle \langle \pm 1 | \sigma_y | S_z \rangle$$

$$\rightarrow \boxed{\langle 000, \pm | V | 0, 1, 0, \mp \rangle = \lambda \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} (\mp i)}$$

$$\langle 000, \pm | V | 0, 0, 1, S_z \rangle = \lambda \langle 0 | Z | n_z \rangle \langle \pm 1 | \sigma_z | S_z \rangle$$

$$\rightarrow \boxed{\langle 000, \pm | V | 0, 0, 1, \pm \rangle = \lambda \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}}$$

$$\lambda \epsilon_r^+ = \frac{\langle 000, + | V | 1, 0, 0, - \rangle + \langle 000, + | V | 0, 1, 0, - \rangle + \langle 000, + | V | 0, 0, 1, + \rangle}{\frac{\hbar}{F} \hbar\omega - (1 + \frac{\hbar}{F}) \hbar\omega}$$

$$= \frac{\hbar (\lambda \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}})^3}{-\hbar\omega}$$

$$\lambda \epsilon_r^- = \frac{\hbar (\lambda \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}})^3}{-\hbar\omega}$$

توجه: در انتهای دایره علامت مثبت و منفی می باشد

سؤال سوم:

الکترون تحت تأثیر نیروی کولن:

طیف انرژی:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 \\ E_2 = \frac{E_1}{n^2} \end{array} \right. \quad n=1, 2, \dots \quad (ماتریس همبستگی)$$

ماتریس: $E_2 - E_1 \leftarrow n=2$

اولین حالت برانگیخته $\leftarrow n=2$ $E_2 = \frac{E_1}{4}$ $\leftarrow$ دانه: 4

ماتریس انتقال: $\{ |2,0,0\rangle, |2,1,1\rangle, |2,1,0\rangle, |2,1,-1\rangle \}$

$$V = f(r) \quad xy = f(r) (r \sin \theta \cos \phi) (r \sin \theta \sin \phi) = f(r) r^2 \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi$$

برای محاسبه تقویم متبادله انرژی در حالت دانه، ماتریس V را در پایه دانه پیدا می‌کنیم.

$$\langle 2, l, m | V | 2, l', m' \rangle = ?$$

$$\begin{aligned} &= \int r^2 dr d\Omega \psi_{lm}^* V \psi_{l'm'} \\ &= \int r^2 dr R_{ll}^*(r) f(r) r^2 R_{l'l'}(r) \int d\Omega \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi Y_{lm}^* Y_{l'm'} \end{aligned}$$

$$Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad Y_{1,1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi} \quad Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta \quad Y_{1,-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{-i\phi}$$

$$V_{l,m,l',m'} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -iA & 0 \\ 0 & 0 & iA \end{pmatrix} \rightarrow \text{درجه متبادله: تقویم متبادله}$$

$$A = \frac{1}{2} \int R_{l1}^2(r) r^4 f(r) dr \quad V = \begin{pmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & -A \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} 0,0 \\ A(\pm 1) \\ \pm A \end{matrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{E_1}{4} \\ -\frac{E_1}{4} + A \\ -\frac{E_1}{4} - A \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{دانه} \\ \text{یکدانه} \\ \text{یکدانه} \end{array}$$

درجه متبادله: $0, \pm A \leftarrow$ الکترون در مدار دانه می‌گردد